****
* LA COURBE DU DRAGON *
****

La courbe dite "du dragon" a été découverte par John E.HEIGHWAY, physicien de la N.A.S.A.(1). C'est par pliage d'une feuille de papier que HEIGHWAY put repérer cette courbe dont l'utilisation à des fins plastiques est à l'heure actuelle relativement courante (2).

Il est clair que cette courbe ne représente, en elle même,qu'une singulière curiosité combinatoire. Son réel intérêt plastique consistera à servir de support à des développements :

- soit purement géométriques (placement de figures élémentaires sur les points remarquables de la courbe : c'est le cas des oeuvres de H.W.FRANKE).
- soit dynamiques : la courbe devient une trame initiale de déplacements, permettant un développement semi-improvisé (3). On touche ici à un domaine d'activité encore relativement inédit : celui de l'improvisation graphique avec table traçante, singulier exemple de dialogue homme-machine.

L'art japonais de l'ORIGAMI (pliage de papier) n'étant guère approprié au traitement par ordinateur, on aura recours à un mode de formation plus formel de cette courbe. On définira au préalable des "suites-dragon" auxquelles une interprétation simple associera les courbes correspondantes.

---

(1) : référence : Scientific American Mars/Avril 1967.

(2) : Herbert W.FRANKE, artiste ouest-allemand, utilise systématiquement cette courbe comme support formel de développement plastique. On pourra juger de son efficacité par l'oeuvre reproduite dans Computers and Automation Août 1971.

(3) : cf la série des FLEURS-DRAGON (P.GREUSSAY & H.PALMIER) oeuvres commandées pour l'exposition "Rencontres d'Art et Informatique", Le Havre, Avril 1972.

On se donnera un monoïde libre à deux générateurs et les deux applications suivantes :

- étant donné la suite $m \in \{0,1\}^*$ on définit l'application MIR qui en livre la suite-miroir

exemple : si m= 10011 alors MIR(m) = 11001

- l'application DEL : $\{0,1\} \longleftrightarrow \{0,1\}$ telle que DEL(0) = 1 , DEL(1) = 0 et on étend l'application aux suites sur $\{0,1\}^*$

exemple : DEL(011) = 100

La suite-dragon d'ordre n sera alors définie par les équations :

m_o = e (la suite nulle)

$m_{i+1} = m_i$ 1 DEL(MIR(m_i))

exemple :

m_0 = e
m_1 = 1
m_2 = 110
m_3 = 1101100
m_4 = 110110011100100
m_5 = m_4 1 DEL(MIR(m_4))
etc.

Il est clair que la suite-dragon d'ordre n sera de longueur 2^n-1.

En machine, la formation des suites reflètera fidèlement l'équation récurrente.

On passera d'une suite-dragon à la courbe correspondante par l'interprétation (adaptée à la manipulation d'un traceur de courbrs) :

1 $\longleftrightarrow$ tourner à gauche par rapport à l'orientation précédente

0 $\longleftrightarrow$ tourner à droite.

exemple : cf figure 1. Il est clair que chaque courbe d'ordre n comprendra 2 répliques de la courbe d'ordre n-1.

PROGRAMMATION

Le programme comportera deux parties logiquement distinctes :

1/ génération de la suite-dragon d'ordre n

2/ génération d'ordres de traçé des éléments de la courbe correspondante.

La première partie n'offrant aucune difficulté, on décrira un peu plus précisément la seconde.

Il est clair qu'à chaque étape le traceur aura une des quatre orientations N E S O (cf figure 2). On aura donc un automate fini à 4 états, prenant ses entrées sur la suite-dragon, et de fonction de transition

$$\{0,1\} \times \{N,E,S,O\} \xrightarrow{\theta} \{N,E,S,O\}$$

et dont voici la table : (cf aussi figure 3)

	I	O
N	O	E
E	N	S
S	E	O
O	S	N

On disposera d'autre part d'une table traçante BENSON 121 de caractéristiques :

- largeur utile (axe des Y) : 73 cm
- pas du tracé : 0,01 cm
- vitesse du tracé : 900 pas/seconde
- mouvement de la plume : 25 ms

Les déplacements dans le sens de l'axe des X sont obtenus par déplacement du papier, et dans le sens de l'axe des Y par déplacements de la plume perpendiculaires au sens de déroulement du papier (cf figure 4).

Pour garder apparente la formation de la courbe, on ne considérera pas le changement d'orientation comme strictement perpendiculaire, mais on le fera précéder d'un segment oblique (cf figure 5). Les proportions des segments orthogonaux X et obliques D seront livrées en données par l'usager.

On représentera un déplacement de la plume à partir de la position courante par un couple de réels (X,Y) : déplacement donc relatif. On aura alors la nouvelle table de transition de l'automate (ici avec les valeurs particulières D = (.2) et X = (.6)) que l'on peut voir en figure 6.

On utilisera les subroutines standard de tracé de courbes :

SUBR SCALF (X_s,Y_s,X_o,Y_o) : redéfinition d'échelle et d'origine sans déplacement effectif de la plume et/ou du papier. X_s et Y_s définissent la longueur du trait unitaire selon l'axe des X,Y. X_o et Y_o définissent la valeur en X,Y du point-origine des coordonnées par rapport à la position courante de la plume.

remarque : CALL SCALF $(X_s,Y_s,0.,0.)$ donne donc comme nouvelle origine la position courante de la plume.

SUBR FPLOT (I,X_n,Y_n) : déplacement effectif de la plume et/ou du papier selon le mode I. La plume se déplace de la position courante à la position de coordonnées X_n,Y_n avec :

si I = 0 conservation du mode courant

si I positif, lever ou baisser avant mouvement

si I négatif lever ou baisser après mouvement

si I impair, lever la plume

si I pair, baisser la plume

Avec ces indications, la lecture du programme écrit en FORTRAN IV pour IBM 1130 n'offre plus guère de difficultés. Le programme principal recevra en données :

- ORDRE de la suite dragon
- ECHL échelle du trait (longueur du trait unitaire)
- X et D vide supra.

et fabriquera dans le tableau INPUT la suite-dragon d'ordre ORDRE $\in [1,14]$.
MAX DIMENSION INPUT = $2^{14}-1$.
Voici le code des états-orientations de l'automate : 1N 2E 3S 4Ø
L'identificateur ISTAT spécifie l'état courant. On a l'état initial ISTAT = 1 (Nord).
L'automate de tracé prendra alors ses entrées dans INPUT par l'appel de la SUBR TRACR d'argument = élément courant de la suite-dragon.

La SUBR SOUTR effectue le tracé réel avec remise à jour de la nouvelle origine des coordonnées. Elle reçoit en arguments :

- l'état suivant I de l'automate
- le premier couple (A,B) spécifiant le segment oblique D
- le second couple (C,D) spécifiant le segment orthogonal X

SOUTR par deux fois redéfinit l'origine et effectue le traçé, puis redéfinit l'état courant ISTAT.

La SUBR TRACR(INPUT) ne représente rien d'autre que la table de la fonction de transition de l'automate.

CONCLUSION

"IL FAUT APPLIQUER SANS HESITATION A TOUS LES DRAGONS DE CETTE ESPECE LE TRAITEMENT QU'ILS MERITENT."

MAO TSE TOUNG (1949)
OEuvres choisies de Mao Tse-toung
Tome IV, Editions de Pekin.

****
******
******
****
**

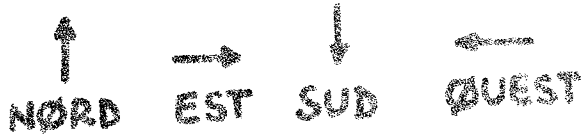
Nous prendrons ic l'occasion de remercier M.Claude PINGEON, directeur du Centre de Calcul de l'ENPC pour son obligeance et l'intérêt qu'il marqua, à chaque instant, pour nos travaux.

P.G. et H.P.

FIGURE 1

ORDRE	SUITE	COURBE
1	1	
2	110	
3	110110	
4	1101101100100	
5	11011011001001 1101100100100	

Figure 2



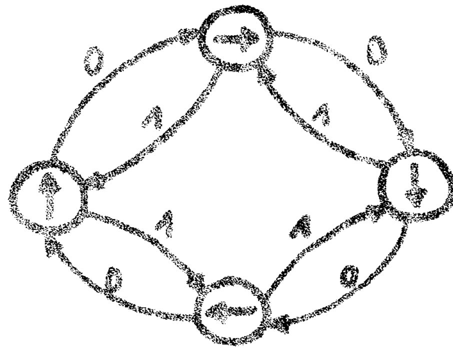


Figure 3

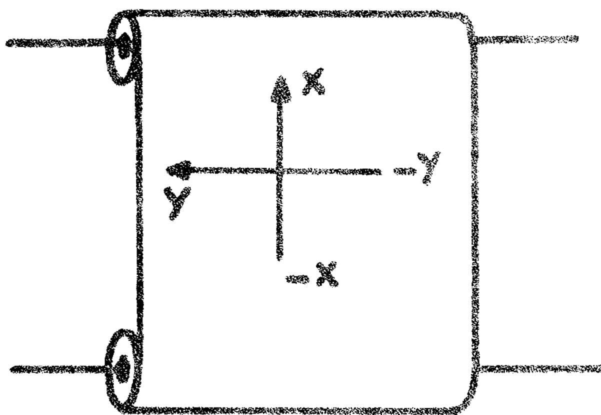
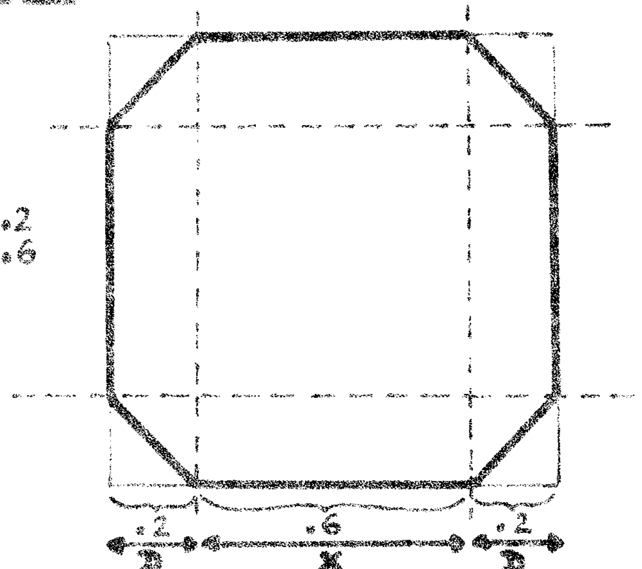


Figure 4

Fig. 5 MAILLE DE TRACÉ



	N		E		S		Ø	
1	(.2, .2) (0., .6)	Ø	(.2, -.2) (.6, 0.)	N	(-.2, -.2) (0., -.6)	E	(-.2, .2) (-.6, 0.)	S
0	(.2, -.2) (0., -.6)	E	(-.2, -.2) (-.6, 0.)	S	(-.2, .2) (0., .6)	Ø	(.2, .2) (.6, 0.)	N

Figure 6

```
*********************************
*                               *
*    COURBE DRAGON TRACEUR      *
*                               *
*********************************
```

```
      SUBROUTINE SOUTR(I,A,B,C,D)
      COMMON ECHL,ISTAT
      CALL SCALF(ECHL,ECHL,0.,0.)
      CALL FPLOT(2,A,B)
      CALL SCALF(ECHL,ECHL,0.,0.)
      CALL FPLOT(2,C,D)
      ISTAT=I
      RETURN
      END

      SUBROUTINE TRACR(INPUT)
      COMMON ECHL,ISTAT,X,D
      Z=0.
      IB=INPUT+1
      GOTO(1,2,3,4),ISTAT
C
1     GOTO(11,10),IB
11    CALL SOUTR(4,D,D,Z,X)
      RETURN
12    CALL SOUTR(2,D,-D,Z,-X)
      RETURN
C
2     GOTO(21,20),IB
21    CALL SOUTR(1,D,-D,X,Z)
      RETURN
20    CALL SOUTR(3,-D,-D,-X,Z)
      RETURN
C
3     GOTO(31,30),IB
31    CALL SOUTR(2,-D,-D,Z,-X)
      RETURN
30    CALL SOUTR(4,-D,D,Z,X)
      RETURN
C
4     GOTO(41,40),IB
41    CALL SOUTR(3,-D,D,-X,Z)
      RETURN
40    CALL SOUTR(1,D,D,X,Z)
      RETURN
      END
```

```
C                                PROGRAMME PRINCIPAL
      INTEGER ORDRE
      DIMENSION INPUT(16383)
      COMMON ECHL,ISTAT,X,D
C
1     READ(2,100)ORDRE,ECHL,X,D
      IF(ORDRE)9,9,2
2     IF(ORDRE-14)3,3,9
C
C                    GENERATION DE LA SUITE DRAGON
3     I=0
      NB=1
      DO 6 II=1,ORDRE
      NB=NB*2
      I=I+1
      INPUT(I)=1
      J=I
4     J=J-1
      IF(J)6,6,5
5     I=I+1
      INPUT(I)=1-INPUT(J)
      GOTO 4
6     CONTINUE
      NB=NB-1
C
      ISTAT=1
      DO 8 J=1,NB
8     CALL TRACR(INPUT(J))
      PAUSE
      GOTO 1
9     CALL EXIT
C
100   FORMAT(I3,3F5.2)
      END
```

